Faktorenanalyse

5.5) Wozu dient die Faktorenanalyse? Was ist ihr Grundprinzip? Wie lautet der Ansatz, wie das Fundamentaltheorem von Thurstone jeweils in Matrizenschreibweise?

Die Faktorenanalyse ist ein Verfahren mit dessen Hilfe man mehrere Variablen gemäß ihrer korrelativen Beziehungen ordnen kann. Sie stellt Ordnungsrelationen heraus, die man einem komplexen Datenmaterial nicht direkt ansieht und unterstützt die Ableitung hypothetischer Größen, die diese erhobenen Daten möglichst genau beschreiben. Es wird eine hinter diesen Daten liegende (hypothetische) Struktur ermittelt. Vorhandene „Ähnlichkeiten" (Korrelationen) zwischen Variablen werden nicht in Form von Korrelationskoeffizienten dargestellt, sondern mit Hilfe sogenannter **Faktoren** veranschaulicht.
Nehmen wir an, wir hätten in einem Fragebogen mehrere Merkmale erhoben. Es stellt sich nun heraus, dass manche Items wechselseitig austauschbar sind, weil sie offenbar das gleiche messen. Die Faktorenanalyse würde helfen diese Redundanz zu entdecken und für jede dieser „Variablengruppen" eine neue, „synthetische" Variable, d.h. einen Faktor, zu konstruieren. Alle Faktoren zusammengenommen könnten im idealen Fall das gesamte Ausmaß der Merkmalsvariation (der Variablenvarianz) erklären. Man könnte dann darüber spekulieren, inwieweit sich die Elemente einer Variablengruppe leichter durch eben diesen (neuen) Faktor repräsentieren lassen oder ob diesen Variablen etwas Gemeinsames zugrunde liegt.
Beispiel: Ein Fragebogen enthält die zwei Items „Ich setze mich gern ans Meeresufer und höre dem Rauschen der Wellen zu" und „Ich gehe gern im Wald spazieren". Wir gehen für dieses Beispiel davon aus, dass diese Fragen hoch miteinander korrelieren, also in einem engen Zusammenhang stehen. Die Faktorenanalyse würde den Zusammenhang zwischen diesen beiden Variablen entdecken, ihn aber nicht als Korrelationskoeffizienten ausdrücken. Vielmehr würde dieser Rechenprozedur eine neue Variable entspringen, die für die zuerst genannten stellvertretend ist. Diese neue Variable oder auch „Faktor" könnte inhaltlich als „Ruhebedürfnis" oder „romantische Neigungen" interpretiert werden.
Das Verfahren der Faktorenanalyse wird ein **datenreduzierendes Verfahren** genannt, weil es Information übersichtlicher machen hilft, ohne sie in ihrem „Wesen" zu verändern. Statistisch betrachtet wird dazu ein **neues Koordinatenachsensystem** aufgespannt, in dem die Variablen der Datenmatrix auf der Basis einiger weniger Faktoren (= Koordinatenachsen) dargestellt werden. Die Faktorenanalyse liefert keinerlei Anhaltspunkte für eine inhaltliche Interpretation der extrahierten Faktoren. Diese bleibt ausschließlich dem Auswertendem überlassen.
Das Ergebnis der Faktorenanalyse sind wechselseitig voneinander unabhängige Faktoren, die Zusammenhänge zwischen den Variablen erklären. Die Vorzüge dieses Verfahrens kommen voll zur Geltung, wenn die Anzahl der Variablen und Personen sehr groß ist und man die Merkmalzusammenhänge einer Datenmatrix nicht mehr „per Augenschein" durchsuchen und analysieren kann. Die Aufgabe der Faktorenanalyse ist es, das Ordnungssystem herauszufinden, das mit den theoretischen Kontexten der untersuchten Variablen am besten vereinbar sein könnte. Ausgehend von ihren Ergebnissen können Strukturen vermutet werden, die den untersuchten Merkmalen zugrunde liegen könnten (wie beispielsweise die „neue" Variable „Ruhebedürfnis" im obigen Beispiel). Die Faktorenanalyse ist also auch ein **hypothesengeneriendes Verfahren**.
Das Fundament der Faktorenanalyse ist das **allgemeine Faktormodell**. Es definiert in wenigen Grundgleichungen wie man sich die Zusammensetzung der Varianz eines Merkmals vorstellt:

$$z = a_1p_1 + a_2p_2 \ldots + a_sp_s$$

Man nimmt an, dass sich ein z-standardisiertes Merkmal z als gewichtete Summe von Faktoren darstellen lässt. a_1 bis a_s sind die **Faktorenladungen** und p_1 bis p_s die **Faktorenwerte.** Die z-standardisierte Datenmatrix wird folglich als eine **Linearkombination** dargestellt. Es gibt dabei eine vollständige und eine reduzierte Lösung. Bei der reduzierten Lösung entschließt man sich für wenige Faktoren, die die Datenmatrix annähernd wiedergeben. Bei der vollständigen Lösung geben die Faktoren die z-standardisierte Datenmatrix exakt wieder.

Im Zuge der Faktorenextraktion wählt man Faktoren aus, die mehr Varianz erklären als eine Variable [deren Eigenwert größer als 1 ist (durch die z-Standardisierung ist die Varianz aller Variablen gleich 1 geworden. Faktoren sind nur dann „ökonomisch“, wenn sie mehr Varianz erklären, als eine einzige Variable]. Diese Faktoren bilden die Faktorenmatrix und erklären gemeinsam den größten Varianzanteil, d.h. deuten am effektivsten die unterschiedlichen Ausprägungen unserer Messdaten.

Ansatz: Z = A * P
Fundamentaltheorem: R = A * A’

5.6 Was versteht man unter einer Datenmatrix? Welche Eingänge hat sie? Was bedeuten die einzelnen Skalare?

Was versteht man unter einer Datenmatrix?
Die **Datenmatrix** (X) ist eine tabellenförmige Anordnung von Zeilen und Spalten (= Daten).
⇨ Beispielsweise von **n** Personen, die in **m** Variablen getestet wurden:

$$\textbf{Datenmatrix} = \overline{X} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ \dots \\ i \\ \dots \\ m \\ \textbf{Variablen} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1\dots & j\dots & n & \textbf{Personen} \end{array} \\ \begin{bmatrix} x_{11} & & \\ & & \\ & x_{ij} & \\ & & \\ & & x_{mn} \end{bmatrix} \\ \\ \end{array}$$

Diese Datenmatrix wird standardisiert zur standardisierten Datenmatrix $\overline{Z}$.

$$\overline{Z} = \left[z_{ij}\right] \quad \textbf{mit} \quad z_{ij} = \frac{x_{ij} - \mu_i}{\sigma_i}$$

Welche Eingänge hat sie?
Eingänge: Personen, Variablen

Was bedeuten die einzelnen Skalare?
<u>Spaltenvektor</u>: jede Person ist ein Spaltenvektor (= die Zahlen die untereinander stehen)
<u>Zeilenvektor</u>: verschieden Dinge, die über verschiedene Personen in Erfahrung gebracht werden (= die Zahlen die nebeneinander stehen)

Skalare = Produkt aus Zeilenvektor * Spaltenvektor,
⇨ Ausprägung der Variablen (Messwert) pro Person, Bsp. x_{ij} = Messwert der i-ten Variable der j-ten Person

5.7 Was versteht man unter einer Interkorrelationsmatrix ? Wie gewinnt man sie aus der Datenmatrix? Welche Eigenschaften hat sie? Welche Bedeutung haben ihre Diagonalzellen? Was versteht man unter Kommunalität?

<u>Was versteht man unter einer Interkorrelationsmatrix (= Korrelationsmatrix)?</u>
⇨ Entsteht aus einer Datenmatrix
Eine Interkorrelationsmatrix $\overline{R}$ ist eine Matrix deren Zeilen- und Spaltenvektoren aus den Korrelationen der Variablen untereinander bestehen. Jede Variable hat dabei, bedingt durch die z-Standardisierung, die implizit mit der Korrelationsberechnung durchgeführt wird eine Varianz von 1.

→ Dieser neue Vektor ist die gesuchte Dimension oder der Faktor. Faktoren sind somit keine unmittelbar gemessenen Variablen, sondern hypothetische Vektoren, die aus untereinander hoch korrelierenden Variablen erschlossen wurde.
⇨ Praktisch: Die vielen Variablen wurden auf eine geringere Zahl von unabhängigen Dimensionen reduziert.

<u>Wie gewinnt man sie aus der Datenmatrix?</u>
Eine Interkorrelationsmatrix erhält man indem man die Datenmatrix standardisiert zur $\overline{Z}$ -Matrix
$\overline{Z} = \underset{Var}{i} \overset{j \quad Pers}{\left| \cdots \right|}$ und mit ihrer Transponierten $\overline{Z}' = \underset{Pers}{j} \overset{i \quad Var}{\left| \cdots \right|}$ multipliziert und durch n dividiert.

$$\overline{R} = \frac{1}{n}\overline{Z}\,\overline{Z}'$$

Welche Eigenschaften hat sie?
→ Eine solche Matrix ist immer a) quadratisch und b) symmetrisch
(zu a) sie hat genauso viele Zeilen- wie Spaltenvektoren (Voraussetzung für Symmetrie) und bis auf die Diagonale
(zu b) kommt in den jeweiligen Dreiecksmatrizen jeder Wert doppelt vor (da die Korrelation x_{ij} der Korrelation xji entspricht). (es gilt: $\overline{R} = \overline{R}'$)
→ gibt zu jeder Variablen die Korrelation mit einer anderen an

Welche Bedeutung haben ihre Diagonalzellen?
Die Diagonalzellen dieser Matrix haben immer den Wert 1, da hier die einzelnen Variablen mit sich selbst korreliert werden.

Was versteht man unter Kommunalität?
Kommunalität (h_i^2):
→ das Quadrat der Korrelation (a_{ij}^2) kennzeichnet den gemeinsamen Varianzanteil zwischen Variable i und Faktor j.
➔ Werden die quadrierten Ladungen summiert erhält man h_i^2, das angibt welcher Anteil der Varianz einer Variablen durch die Faktoren aufgeklärt wird.

Es gilt: $0 \leq h_i^2 = \sum_{j=1}^{a} a_{ij}^2 \leq 1$

⇨ Kommunalität gibt an, welcher Anteil der Varianz einer Variablen durch die Faktoren aufgeklärt wird.

5.8 Was versteht man unter einer Faktorenladung? Wie interpretiert man sie? Was bedeutet ihr Quadrat? Was ist die Faktorenmatrix? Wie gewinnt man sie? Was ist das Eigenwertproblem? Was versteht man unter einer vollständigen und einer unvollständigen Lösung, was unter dem Scree- Plot?

<u>Was versteht man unter einer Faktorenladung?</u>
Ausgangssituation: jede Vpn ist durch q Faktorwerte und p Messungen auf den ursprünglichen Variablen beschreibbar. Werden die Faktorwerte der Vpn auf einem Faktor j mit den Messungen auf einer Variablen i korreliert erhalten wir einen Wert der als Ladung der Variablen i auf dem Faktor j bezeichnet wird. Ladungsbezeichnung aij . D.h. a_{ij}^2 kennzeichnet also den gemeinsamen Varianzanteil zwischen der Variablen i und dem Faktoren j.
⇨ Die Faktorenladung entspricht der Produkt- Moment- Korrelation zwischen Variablen i und Faktoren j. Sie ist ein Skalar aus der Faktorenmatrix.

Wie interpretiert man sie?
Die einzelnen Faktorenladungen entsprechen den Koordinaten der Variablen im durch die Faktoren aufgespannten Koordinatensystem.
➔ Sie geben die Zusammenhänge (= Korrelationen) zwischen den Variablen und Faktoren wieder (= das was das Experiment liefert)

Was bedeutet ihr Quadrat?
Das Quadrat der Faktorenladungen entspricht der Kommunalität (s.o.).
➔ Aus der Elementarstatistik ist bekannt, daß das Quadrat einer Korrelation den Anteil gemeinsamer Varianz zwischen den korrelierten Messwertreihen angibt. => Quadrat der 2 Ladung (aij) einer Variablen i auf einem Faktor j bezeichnet den gemeinsamen Varianzanteil zwischen der Variablen i und dem Faktor j. Werden die quadrierten Ladungen einer Variablen i über alle Faktoren summiert, erhalten wir einen Wert (h*h), der angibt, welcher Anteil der Varianz einer Variablen durch die Faktoren aufgeklärt wird.
Merksatz: Die Kommunalität einer Variablen i gibt an, in welchem Ausmaß diese Variable durch die Faktoren aufgeklärt bzw. erfasst wird.

Was ist die Faktorenmatrix?
Eine Faktorenmatrix enthält alle Faktoren. ➔ entsteht aus einer unübersichtlichen Datenmatrix mit bis zu höchstens 16 Spalten → Korrelationsmatrix ➔ Reduzierte Korrelationsmatrix

Wie gewinnt man sie?
Ihre Spaltenvektoren stellen die Variablen, die Zeilenvektoren die Faktoren dar. Ihre Skalare entsprechen den oben genannten Faktorenladungen.

1 1 r Faktoren

$\bar{A} = \begin{bmatrix} aij \\ \ \end{bmatrix}$ aij = Faktorladungen

m
Variablen

Was ist das Eigenwertproblem?
Der Eigenwert (Lambda) eines Faktors gibt an wie viel von der Gesamtvarianz aller Variablen durch diesen Faktor erfasst wird.
➔ Lambda erhält man indem man die quadrierten Ladungen der Variablen pro Faktor summiert. Der Eigenwert des Faktors der am meisten Varianz aufklärt ist umso größer je höher die Variablen miteinander korrelieren. Ist der Varianzanteil eines Faktor < 1, d. h. kleiner als die Varianz einer einzelnen Variablen, wird dieser Faktor für unbedeutend gehalten. Er kann wegen der geringen Varianzaufklärung nicht mehr zur Datenreduktion beitragen.

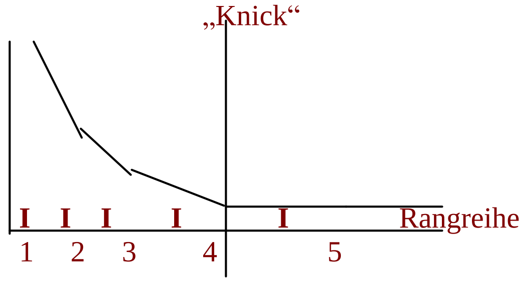
Was versteht man unter einer vollständigen und einer unvollständigen Lösung, was unter dem Scree- Plot?

vollständigen Lösung
Bei der vollständigen Lösung geben die Faktoren die z-standardisierte Datenmatrix *exakt* wieder. Die obere Indexgrenze bei der vollständigen Lösung wird dann *s* und nicht r genannt, um Verwechslungen zu vermeiden.

unvollständigen Lösung
Bei der reduzierten Lösung entschließt man sich für wenige Faktoren, die die Datenmatrix *annähernd* wiedergeben.

Scree- Plot
Ein Scree- Plot dient der Identifikation der bedeutsamen Faktoren in der Faktorenanalyse anhand des Eigenwertediagramms.
➔ Ein Eigenwertediagramm stellt die Größe der in Rangreihe gebrachten Eigenwerte als Funktion ihrer Rangnummern dar.

Ein „Knick“ in diesem Diagramm bedeutet, dass die Faktoren die vor diesem „Knick“ liegen als bedeutsam erachtet werden (nach Cattell), d.h. dass sie den Großteil der Varianz aufklären.



5.9 Wie stellt man eine Faktorenmatrix graphisch dar? Wie erscheinen die Korrelationen zwischen den Variablen in der Graphik? Warum? Warum nennt man Paare nicht korrelierender Variablen „orthogonal“?

Grundsätzliches:
Datenmatrix:
In den Spalten werden die Testwerte und in den Zeilen die Personen aufgeführt.
Korrelationsmatrix: erhält man wenn man die in der Datenmatrix stehenden Werte paarweise (z.B. Spalte 1 u.2) multipliziert.
Transponierte Matrix: Drehung der Datenmatrix um 90°. Die Bezeichnungen vertauschen sich.

Wie stellt man eine Faktorenmatrix graphisch dar?
Faktorenmatrix: entsteht durch die Faktorenanalyse:
Bei der Faktorenanalyse mehrerer Variablen wird durch den Schwerpunkt eines Vektorenbündels (Variablen können nämlich als Vektoren dargestellt werden) ein Einheitsvektor (Länge = 1) gelegt, der Faktor.
Mehrere Vektoren, die hoch korrelieren bilden die Grundlage für hypothetische Vektoren. Ihre Projektionen auf den Faktor sollten möglichst hohe Ladungswerte haben.

Sinn und Zweck der Sache ist die Vielzahl an Vektoren auf einige wenige zu beschränken. Man erhält dabei eine **Faktorenmatrix**, in der die einzelnen Variablen mit ihren Faktorenladungen vertreten sind.
⇨ graphische Darstellung der Faktorenmatrix – Koordinatensystem, Bsp. S. 503 Abb. 15.6. – Bortz (1993)

$$Faktorenmatrix = \overline{A} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ \dots \\ i \\ \dots \\ m \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 1 & \dots & l & \dots & r \end{array} \\ \begin{bmatrix} a_{11} & & & & \\ & & & & \\ & & a_{il} & & \\ & & & & \\ & & & & a_{mr} \end{bmatrix} \end{array} z.B. = \begin{bmatrix} 0{,}996 & 0{,}080 \\ -0{,}076 & 0{,}996 \\ 0{,}578 & 0{,}787 \\ 0{,}603 & 0{,}796 \\ 0{,}589 & 0{,}749 \end{bmatrix}$$

Wie erscheinen die Korrelationen zwischen den Variablen in der Graphik? Warum?
Korrelationen lassen sich vektoriell darstellen (soviel zum Warum der graphischen Darstellung). Ein Vektor lässt sich wiederum als eine Strecke mit bestimmter Strecke und Richtung interpretieren. Prinzipiell kann ein Vektor in jede beliebige Richtung laufen. Kommt jedoch ein zweiter V. hinzu, dann ist dessen Richtung durch das Ausmaß der Korrelation mit dem ersten V. festgelegt. Bei einer max. positiven Korrelation sind die zwei Vektoren deckungsgleich. Der Winkel zwischen ihnen beträgt 0°.
Bei einer negativen (Max.) Korrelation laufen die Vektoren in genau die entgegengesetzte Richtung. Der Winkel beträgt 180°. Bei einer Nullkorrelation stehen die beiden Winkel senkrecht aufeinander. Der Winkel beträgt 90°.
⇨ Achsen – Faktoren: Der Faktorraum wird durch standardisierte Variablenvektoren besetzt, deren Endpunkte durch die Faktorladungen bestimmt wird. Die Variablenvektoren stehen durch die

Standardisierung nicht mehr senkrecht aufeinander sondern in einem bestimmten Winkel, dessen cos dem Korrelationswert entspricht.
Warum cos? (Auch bei bivariaten Verteilungen wird die Korrelation z. T. über den cos geregelt – rtet= cos180°

1+√(b*c)(a*d)   (6.1.1.0, Bortz)

oder Verteilungen werden durch Geraden repräsentiert, so daß deren Lage zueinander ja etwas über die Korrelation aussagen muß.

Warum nennt man Paare nicht korrelierender Variablen „orthogonal"?
⇨ orthogonal zueinander = 90° Winkel => cos = 0, => r ist auch gleich 0, keine Korrelation
Bilden die Vektoren einen rechten Winkel, so sind sie orthogonal, d.h. sie stehen senkrecht aufeinander. Dies bedeutet, daß die Variablen unabhängig voneinander, bzw. unkorreliert sind. In diesem Fall r = 0.

5.10) Was versteht man unter Rotation der Faktoren? Welche Verfahren kennen Sie, auf welchem Prinzipien basieren sie? Welcher Unterschied besteht zwischen rechtwinkliger und schiefwinkliger Rotation? Was versteht man unter Faktoren zweiter und dritter Ordnung?

Was versteht man unter Rotation der Faktoren?
Meistens liegen die berechneten Faktoren nicht in der jeweiligen Punktewolke, welche sei eigentlich beschreiben sollen. Damit ist eine sinnvolle Interpretation nicht möglich. (Das Koordinatensystem in dem die Variablenpunkte zueinander liegen, ist häufig nicht geeignet, die Achsen-Faktoren sinnvoll zu interpretieren.)Durch Rotation legt man die Faktoren bestmöglich in die Punktewolke. Dabei soll eine möglichst einfach strukturierte und damit inhaltlich interpretierbare Lösung gefunden werden. Schließlich werden die Faktoren so rotiert, dass sie auf bestimmte Variablen zu liegen kommen.
→ Das Koordinatensystem und die Anzahl der Achsen (Faktoren) wird dabei beibehalten, nur die Richtung der Achsen wird geändert.

Welche Verfahren kennen Sie, auf welchem Prinzipien basieren sie?
Zwei Rotationsarten ist die orthogonale und die schiefwinklige Rotation.

Welcher Unterschied besteht zwischen rechtwinkliger und schiefwinkliger Rotation?
• Bei der **orthogonalen Rotation** (**= rechtwinklig**)bleibt die Unabhängigkeit der Faktoren erhalten. Die Richtung der Faktoren wird zwar geändert, aber der rechte Winkel zwischen ihnen bleibt erhalten. Die Achsen werden solange rotiert bis sei einen möglichst hohen Anteil der Varianz möglichst vieler Variablen erklären. Die Faktorenladung eines Faktors sollen dabei möglichst hohe Werte (=Korrelationen) auf einigen wenigen Variablen haben und Werte nahe 0 bei allen anderen. Diese Vorgehensweise wird „Kriterium der Einfachheit" bzw. Varimax-Kriterium genannt.
Anders ausgedrückt: Die Faktoren werden so rotiert, daß die Varianz der quadrierten Ladung pro Faktor maximiert wird, d.h. die Ladung liegen entweder nahe bei 0 oder nahe bei 1.
Merke: Die gesamte aufgeklärte Varianz wird durch die Rotation nicht verändert, sondern lediglich die Verteilung auf die Faktoren.
Kriterium der Einfachstruktur. Das Kriterium der Einfachstruktur wurde von Thurstone vorgeschlagen: dabei soll eine Minimierung der niedrigen und eine Maximierung der hohen Ladungen für einen gegebenen Faktor vorgenommen werden.

• Bei der **schiefwinkligen** (auch **oblique** genannt) Rotation werden abhängige (korrelierte) Faktoren erzeugt, welche aber eine bessere Interpretierbarkeit garantieren sollen. Dabei wird nicht nur die Richtung, sondern auch der Winkel zwischen den Achsen geändert. Die Rechtwinkligkeit wird aufgehoben, was dazu führt daß die Faktoren miteinander korrelieren.
Eine Faktorenladung entspricht in diesem Fall nicht mehr der Korrelation eines Faktors mit einer Variablen. Aufgrund ihrer Interkorrelation weisen die Faktoren eine redundanter Information auf, womit eine entscheidende Funktion der Faktorenanalyse, die Datenreduktion wieder aufgegeben wird. Ein Vorteil ist aber, daß sich über die Korrelationsmatrix wiederum eine Faktorenanalyse rechnen lässt, welche zu den Faktoren Zweiter Ordnung führt.

Unterschied:
So es erlaubt ist, die Faktoren untereinander zu korrelieren (schiefwinklige Rotation) kann eine Korrelationsmatrix von Primärfaktoren einer weiteren Faktorenanalyse unterzogen werden. Aus diesen können wieder Sekundarfaktoren und Tertiärfaktoren gebündelt werden.
So sind ‚was vor allem für die Persönlichkeitspsychologie wichtig ist, hierarchische Strukturmodelle der Persönlichkeit möglich.
Bei orthogonalen Techniken ist dies nicht möglich, da die Primärfaktoren dort unkorreliert sind.

• graphische Rotation
Ist die Anzahl der Faktoren nicht besonders groß ($q < 3$) kann man versuchen eine Einfachstruktur „per Hand“ durch graphische Rotation zu erreichen

Was versteht man unter Faktoren zweiter und dritter Ordnung?
Faktoren, die aufgrund schiefwinkliger Rotationstechniken nicht senkrecht aufeinander stehen, können einer weiteren Faktorenextraktion unterzogen werden, weil sie miteinander korreliert sind. Es resultieren Faktoren zweiter Ordnung, die zunächst wieder orthogonal, d.h. wechselseitig unkorreliert sind. Rotiert man dies erneut schiefwinklig, dann kann nochmals eine Extraktion durchgeführt werden man erhält Faktoren dritter Ordnung usw.
Problem: aufgrund der komplexen Korrelationsmuster wird die inhaltliche Interpretation zur reinen Spekulation. Vgl.Cattell & Pawlik: Ich, Es, Überich.

5.12 Was versteht man unter Faktorenwerten? Wie interpretiert man sie? Was ist die Faktorenwertematrix? Wie gewinnt man sie? Welcher Unterschied besteht zwischen Faktorenwerten und Faktorenladungen?

Was versteht man unter Faktorenwerten?
Der Faktorwert f_{mj} einer VP m kennzeichnet die Position der VP auf dem Faktor j. Sie sind *personenspezifisch* und *merkmals**un**spezifisch* und eignen sich zur Darstellung der interindividuellen Differenzen. Er gibt darüber Auskunft, wie stark die in einem Faktor zusammengefassten Merkmale bei dieser VP ausgeprägt sind.
= Die Ausprägung (z-standardisiert) eines Faktors j bei einer VP.

Wie interpretiert man sie?
Sie sagen aus, welchen Wert eine Person auf dem errechneten Faktor erhalten hätte, wenn sie direkt auf ihm (und nicht auf den Variablen) getestet worden wäre.

Was ist die Faktorenwertematrix?

Faktorenwertmatrix: $$Faktorenwertematrix = \overline{P} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ \ldots \\ l \\ \ldots \\ r \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 1 & \ldots & j & \ldots & n \end{array} \\ \begin{bmatrix} p_{11} & & & & \\ & & & & \\ & & p_{lj} & & \\ & & & & \\ & & & & p_{rn} \end{bmatrix} \end{array}$$

⇨ Multipliziert man die Faktorenmatrix mit der Faktorenwertematrix, so erhält man eine Annäherung an die Daten der z-standardisierten Datenmatrix. Dies ergibt die Grundgleichung der Faktorenanalyse:

$$\overline{Z} \approx \overline{AP} \qquad \text{bzw.} \qquad z_{ij} = \sum_{l=1}^{r} a_{il} p_{lj}$$

Wie gewinnt man sie?
Die Matrix der Faktorenwerte ergibt sich, indem die Koordinaten der Vpn auf den einzelnen Y-Achsen z-standartisiert werden

<u>Welcher Unterschied besteht zwischen Faktorenwerten und Faktorenladungen?</u>
Während die Faktorenwerte die Beziehung zwischen Personen und Faktoren widerspiegeln, personenspezifisch und merkmalsunspezifisch sind, reflektieren die Faktorenladungen die Korrelation zwischen Variablen und Faktoren. Sie sind merkmalsspezifisch und personen**un**spezifisch.